

Modélisation d'écoulements dans des espaces urbains

Stéphane Glockner^{a,b}, Jean-Paul Caltagirone^a, Paul Morel^c

^a Laboratoire Master, ENSCPB, av. Pey-Berland, BP 108, 33402 Talence cedex, France

^b SAEM Gertrude, 9, rue de Ségur, 33000 Bordeaux, France

^c Laboratoire MAB, université Bordeaux-I, 351, cours de la Libération, 33405 Talence, France

(Reçu le 10 juin 1998, accepté le 27 janvier 1999)

Abridged English version at the end of the text

Abstract — Flow modeling in an urban environment. We intend in this article to present our methods for flow modeling in urban spaces (building scale). The code *AQUILON*, basis of our study, will be described (choice of the turbulence model and numerical methods). As regards the thermal aspect, an assessment of the calculation methods for the various radiative flux met in the atmospheric phenomenons will be proposed, as well as the modification of the retained models for use in urban structures (calculations of shadows and masks). © Elsevier, Paris.

turbulence / v^2 - f model / numerical methods / solar radiation / view factor / shadow factor / mask

Résumé — Nous nous proposons dans cet exposé de faire le point sur les méthodes mises en œuvre pour la modélisation d'écoulements dans des espaces urbains à l'échelle du bâtiment. Le code de calcul *Aquilon*, base d'une telle étude, sera décrit (choix du modèle de turbulence et des méthodes numériques). En ce qui concerne l'aspect thermique, un bilan des méthodes d'estimation des divers flux radiatifs rencontrés dans les phénomènes atmosphériques sera proposé, ainsi que l'adaptation aux structures urbaines des modèles retenus (calcul des ombres et masques). © Elsevier, Paris.

turbulence / modèle v^2 - f / méthodes numériques / rayonnement solaire / facteur de forme / facteur d'ombre / masque

Nomenclature

d	distance d'un point à la paroi la plus proche.....	m
f_{22}	redistribution de l'intensité turbulente.....	s^{-1}
f_{ij}	facteur de forme entre deux surfaces S_i et S_j	
H	hauteur de la marche.....	m
k	énergie cinétique turbulente moyenne..	$m^2 \cdot s^{-2}$
K	coefficient de perméabilité.....	m^2
K_t	coefficient de transmission de l'atmosphère	
L	longueur caractéristique.....	m
T	temps caractéristique.....	s
T_a	température sous abri.....	K
\mathbf{u}	vecteur vitesse.....	$m \cdot s^{-1}$
v^2	fluctuation de la vitesse.....	$m^2 \cdot s^{-2}$

Symboles grecs

μ	viscosité dynamique.....	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
-------	--------------------------	--------------------------------

μ_t	viscosité turbulente.....	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
ν	viscosité cinématique.....	$m^2 \cdot s^{-1}$
ε_i	émissivité de la surface S_i	
ρ	masse volumique.....	$kg \cdot m^{-3}$
σ	constante de Stefan-Boltzman.....	$kg \cdot m^4 \cdot s^{-1} \cdot K^{-4}$
ε	taux de dissipation de k	$m^2 \cdot s^{-3}$

1. INTRODUCTION

La modélisation d'écoulements dans des espaces urbains fait partie d'un projet plus vaste, concernant la modélisation de la dispersion de polluants dans les villes, initié par la société Gertrude et le laboratoire Master. Une telle étude est à l'interface de plusieurs disciplines, à savoir la chimie atmosphérique, la mécanique des fluides et les transferts thermiques. Nous nous attachons, dans cet exposé, à la résolution des problèmes de couplage dynamique/thermique dans des espaces urbains dont les dimensions sont comprises entre celles d'un bâtiment et d'un quartier.

* Correspondance et tirés à part.
 glockner@lmaster.u-bordeaux.fr

Les écoulements que nous rencontrons se situent dans la couche limite urbaine. C'est la partie basse de la couche limite atmosphérique, dont les caractéristiques dynamiques et thermiques sont modifiées par la présence des bâtiments et par l'activité anthropique qui règne dans la ville. D'un point de vue dynamique, les écoulements dans les basses couches sont par nature turbulents ; en raison de l'hétérogénéité de la topographie des villes, leurs structures sont particulièrement complexes, composées de couches de cisaillement, recirculations, sillages, etc. Si l'on cherche à modéliser le transport des polluants, une bonne connaissance du champ de vitesse est dès lors nécessaire. Zhang [1] et Dargent [2] ont effectué des simulations d'écoulements autour de structures 2D (marche montante et descendante, bloc, série de blocs) et 3D (cube) à l'aide du modèle $k-\varepsilon$. Bien que les aspects généraux des écoulements soient bien simulés, il apparaît certaines insuffisances inhérentes au modèle $k-\varepsilon$ (sous estimation des longueurs de recirculation et de k). Le modèle de turbulence v^2-f , que nous présentons dans la seconde partie, améliore la connaissance des structures dynamiques des écoulements turbulents.

La prise en compte du rayonnement solaire et des échanges radiatifs entre les bâtiments est de première importance, puisque la modification du bilan thermique de surface, en raison de la présence des bâtiments, est une des causes de l'existence d'un îlot de chaleur au-dessus des villes [3]. En effet, pour une même superficie au sol, la surface totale offerte au rayonnement solaire est plus grande à la ville qu'à la campagne. De plus, le rayonnement solaire est réfléchi plusieurs fois dans les structures de base de la ville appelées canyons (rue bordée de bâtiments de chaque côté). La température moyenne au-dessus des villes peut alors être de 5° à 12° supérieure à celle de la campagne environnante [3]. La convection naturelle s'y développe, aussi bien à l'échelle du quartier qu'à celle du bâtiment. C'est ce qu'a illustré Levi-Alvares [4] en simulant les écoulements entre 2 bâtiments, schématisés sur la *figure 1*, d'une part en dynamique pure, et d'autre part en chauffant artificiellement un bâtiment. La recirculation présente entre les bâtiments est alors scindée en deux, en raison des phénomènes de convection qui naissent le long du bâtiment de droite. De nombreux paramètres

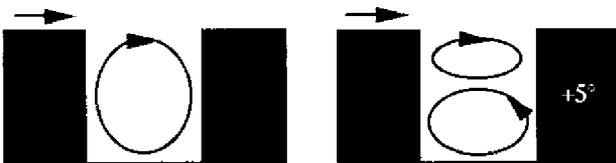


Figure 1. Recirculations dans un canyon avec (à droite) et sans (à gauche) différence de température entre les deux bâtiments.

Figure 1. Separation bubble in a canyon with (right) and without (left) a temperature difference between the buildings.

rentrent en compte pour modéliser ces écoulements, tels que la détermination de l'intensité du rayonnement solaire, les réflexions du rayonnement entre bâtiments ou la détermination des masques et ombres portées. Ces aspects, déterminants pour la simulation de nos problèmes, sont aussi pris en compte lors de l'étude de la conception des bâtiments et du confort thermique dans les habitations [5, 6]. Donc, avant d'envisager un couplage de la dynamique et de la thermique, une synthèse et un choix des méthodes, ainsi que de leurs adaptations aux espaces urbains, doivent être faits ; c'est ce que nous présentons dans la troisième partie.

2. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

2.1. Modèles théoriques

L'approche eulérienne des phénomènes est retenue ; nous utilisons les équations de la mécanique des fluides (équations de conservation de la masse, de Navier-Stokes et de l'énergie). Nous faisons l'hypothèse d'un écoulement incompressible et réduisons les forces extérieures au seul champ de pesanteur (les forces de Coriolis sont négligeables, car le nombre de Rossby est inférieur à 1). La masse volumique est fonction de la température dans tous les termes des équations. Le caractère turbulent des phénomènes, évoqué en introduction, est traité par le modèle statistique v^2-f développé par Durbin [7] qui représente une évolution du modèle $k-\varepsilon$. Il a été testé sur divers écoulements, comme les écoulements à décollement [8] ou l'impact d'un jet sur une plaque chauffée [9], et constitue une réelle amélioration du $k-\varepsilon$ tant au niveau des profils de vitesse que ceux de k . Dans les modèles à concept de viscosité turbulente, cette dernière s'exprime comme le produit d'une vitesse (au carré) et d'un temps caractéristiques de l'écoulement. Dans le modèle $k-\varepsilon$, k représente le carré de la vitesse caractéristique. Or, près des parois, cette dernière est plutôt représentée par la fluctuation de la vitesse normale aux lignes de courant v^2 que par k . Par conséquent, le modèle $k-\varepsilon$ ne prend pas correctement en compte l'annulation de la viscosité turbulente près des parois. Elle s'exprime alors dans le modèle v^2-f par la relation :

$$\mu_t = \rho C_\mu v^2 T \quad (1)$$

où T est le temps caractéristique de la turbulence défini par la relation suivante :

$$T = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, 6 \left(\frac{v}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2)$$

Aux équations légèrement modifiées de k et ε est alors rajoutée une équation de transport pour v^2 . Le

système se résume alors aux équations suivantes :

$$\rho \frac{dk}{dt} = P - \rho \varepsilon + \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] \quad (3)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon}{T} + \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] \quad (4)$$

$$\rho \frac{dv^2}{dt} = \rho k f_{22} - \frac{v^2}{k} \rho \varepsilon + \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla v^2 \right] \quad (5)$$

où P est le terme de production d'énergie cinétique turbulente moyenne.

La variable f_{22} , qui représente la redistribution de l'intensité turbulente, est évaluée par l'équation elliptique suivante :

$$f_{22} - L^2 \nabla^2 f_{22} = (C_1 - 1) \frac{2/3 - v^2/k}{T} + C_2 \frac{P}{k} \quad (6)$$

où L est la longueur caractéristique donnée par :

$$L = C_L \max \left[\frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}, C_\eta \left(\frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \quad (7)$$

Les constantes sont :

$$C_\mu = 0,19 ; C_{\varepsilon 1} = 1,3 + 0,25 (1 + (d/2L)^2)^4 ;$$

$$C_{\varepsilon 2} = 1,9 ; C_1 = 1,4 ; C_2 = 0,3 ; C_L = 0,3 ;$$

$$C_\eta = 70 ; \sigma_k = 1 ; \sigma_\varepsilon = 1,3.$$

Nous avons testé ce modèle pour l'écoulement derrière une marche descendante et comparé les résultats issus des simulations numériques par les modèles v^2-f , $k-\varepsilon$, RNG (les deux derniers font également partie du code *Aquilon*). Les caractéristiques géométriques et physiques de l'écoulement sont celles de l'expérience de Kim [10], à savoir notamment une hauteur de marche H de 3,81 cm, une vitesse d'entrée de $17,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et un nombre de Reynolds Re_H de $6,96 \cdot 10^5$. La figure 2 représente les lignes de courant de cet écoulement, obtenues avec le modèle v^2-f pour un maillage de 150^2 à pas variable. On remarque l'apparition d'une petite recirculation qui passe inaperçue avec le modèle $k-\varepsilon$. D'autre part, la longueur de la recirculation principale est de $6,17 H$, et, comme nous le montre la figure 3, est supérieure à celle obtenue avec les autres modèles. Dargent [2] a obtenu avec le code *Phoenix*, sur le même cas test, une longueur de recirculation de $5,7 H$.



Figure 2. Lignes de courant en aval de la marche avec le modèle v^2-f .

Figure 2. Streamlines downstream of the step with the v^2-f model.

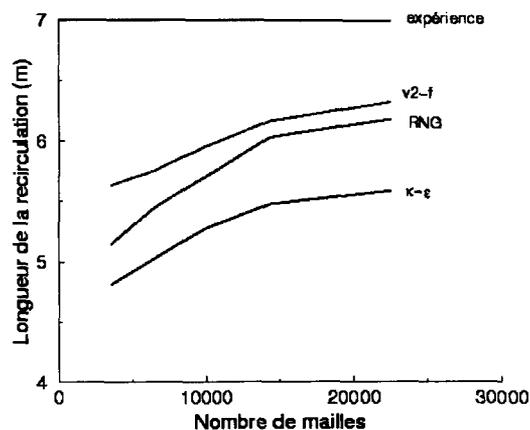


Figure 3. Longueur de la recirculation en fonction du nombre de mailles.

Figure 3. Reattachment length function of the mesh size.

2.2. Méthodes numériques de résolution

La méthodologie numérique utilisée est celle développée pour le code de calcul *Aquilon* développé au laboratoire Master ; c'est un code traitant de nombreux problèmes de mécanique des fluides et de thermique (écoulements compressibles ou incompressibles, monophasiques ou diphasiques, turbulents ou laminares, bi-ou tridimensionnels...) pour lequel le choix des méthodes numériques s'est fait sur des critères de stabilité et de solidité. Il repose sur quelques concepts originaux, que nous décrivons ci-dessous.

Le premier concerne le traitement des conditions aux limites. Considérons une variable ϕ de notre problème. Les conditions aux limites sont alors contrôlées par un terme de la forme $Bio (\phi - \phi_0)$, rajouté au second membre de l'équation de transport [11]. Si l'on affecte à Bio une valeur nulle sur une limite, le terme rajouté disparaît et l'on retombe sur une condition de Neuman, programmée par défaut dans le code. Si l'on fait tendre Bio vers l'infini, le passage dans le solveur donne alors à ϕ la valeur ϕ_0 (condition de Dirichlet). Enfin, pour une valeur de Bio comprise entre zéro et l'infini, une condition de Fourier est alors imposée. Les variables Bio et ϕ_0 étant définies pour tout le domaine d'étude, ce principe permet de fixer, en tout point, une variable à une valeur donnée (source de polluants, température de l'intérieur des bâtiments...).

Une autre particularité du code *Aquilon* est l'utilisation d'un maillage déconnecté de la géométrie étudiée. En attribuant à chaque maille un coefficient de perméabilité K , qui tend vers l'infini pour la phase fluide et vers 0 pour la phase solide, il est possible de traiter le problème de façon globale par l'ajout d'un terme de Darcy $\frac{\mu}{K} \mathbf{u}$ aux équations de Navier-Stokes. On obtient alors les équations de Brinkman généralisées.

Lorsque le milieu est fluide ($K \rightarrow \infty$), ce terme devient négligeable ; lorsque le milieu est solide ($K = 0$), ce terme est prépondérant et impose une vitesse nulle. Ce principe est étendu aux autres équations, notamment à l'équation de l'énergie, pour laquelle la conductivité thermique prend des valeurs différentes, selon la phase où le calcul est effectué. Il est ainsi possible de s'affranchir de la détermination d'un bilan de surface afin de déterminer la température de surface des bâtiments et des rues. La conduction dans les murs et dans les sols est simulée en imposant à l'aide des *Bio* une température à 1 m sous le sol (température constante, indépendante des fluctuations du rayonnement solaire [12]) et une température à l'intérieur des bâtiments (typiquement 20 °C). Le problème est alors traité dans sa globalité.

Les équations sont discrétisées en temps par le schéma d'Euler pour les écoulements stationnaires et par le schéma de Gear pour les écoulements instationnaires. Les équations de Navier–Stokes sont découplées de la thermique et de la turbulence. La méthode du lagrangien augmenté [13] permet de découpler les champs de vitesse et de pression. C'est une méthode itérative qui consiste, à partir d'un champ de pression initial, à résoudre les équations de Navier–Stokes, modifiées par l'introduction de la contrainte de divergence nulle, puis à calculer un nouveau champ de pression à l'aide d'une équation de continuité modifiée. Elle permet de s'affranchir des conditions aux limites sur la pression.

Les équations sont ensuite discrétisées en espace par la technique des volumes finis sur un maillage cartésien décalé en vitesse–pression, en utilisant pour les termes convectifs les schémas *Upwind* ou *Quick*. Enfin, les systèmes linéaires obtenus sont résolus par la méthode des gradients conjugués *BI-CGSTAB* [14], avec un préconditionnement de type *Milu*.

3. TRANSFERTS THERMIQUES

La principale source de convection naturelle dans les villes est le réchauffement du sol par le rayonnement solaire. Les transferts thermiques à l'interface bâtiments/atmosphère par conduction et convection sont traités, comme nous l'avons vu, lors de la résolution de l'équation de l'énergie, grâce à l'utilisation d'un maillage déconnecté de la géométrie étudiée. Il reste à déterminer les transferts par rayonnement, qui se décomposent en un flux solaire de courte longueur d'onde et un flux d'échange de grande longueur d'onde entre les surfaces des bâtiments et des rues.

3.1. Flux solaire de courte longueur d'onde (*FSCLO*)

Le flux solaire global de courte longueur d'onde reçu par une surface placée horizontalement sur le sol est

fréquemment mesuré par les stations météorologiques. Notre objectif est de déterminer le flux solaire global reçu par une surface d'orientation quelconque. À cet effet, il est décomposé en la somme d'un flux solaire direct F_D et d'un flux solaire diffusé par l'atmosphère F_{da} et par l'environnement F_{de} (flux anisotrope) :

$$FSCLO = F_D + F_{da} + F_{de} \quad (8)$$

Nous présentons dans les sections suivantes un bilan non exhaustif des méthodes existantes, le choix que nous avons effectués, ainsi que leurs adaptations aux espaces urbains.

3.1.1. Flux solaire direct F_D

Lebru [15] a testé huit modèles sur des mesures effectuées à Trappes (Yvelines) et Carpentras (Vaucluse). Ils sont basés sur une corrélation empirique entre le flux direct solaire et le coefficient de transmission de l'atmosphère K_t , rapport du flux global hors atmosphère ($F_{GHA} = 1\,370 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$) au flux global mesuré au sol sur un plan horizontal F_{GH} . La seule donnée d'entrée est donc le flux solaire sur un plan horizontal, mesure horaire des stations météorologiques. Il a retenu comme modèles les plus performants ceux de Erbs et al. [16], Orgill et Hollands [17], formules polynomiales en K_t .

Plus récemment, Perez [18] compare, sur une plus grande base de données balayant tout type de climat — désertique, continental, méditerranéen, en atmosphères urbaines polluées... — trois modèles : ceux de Erbs et al., de Skartveit et Olseth [19], et celui de Maxwell [20]. Pour les deux derniers, l'introduction de la distance zénithale comme nouveau paramètre physique améliore les résultats. Des trois modèles, celui de Maxwell, bien qu'il soit, dans certaines conditions, dépassé par celui de Skartveit et Olseth, est dans l'ensemble le plus performant. Enfin, Perez [21] a modifié le modèle de Maxwell par la prise en compte des changements des conditions d'ensoleillement et de la température du point de rosée. Le modèle, qui a gagné en complexité, est aussi plus proche des mesures effectuées, là aussi, pour tout type de climat. C'est celui que nous avons retenu.

Le passage du plan horizontal à un plan d'orientation quelconque nécessite la détermination de la position du soleil par rapport à la surface. Pour une surface dont la normale fait un angle i avec la direction des rayons solaires, le flux direct incident reçu est :

$$F_D = F_{DH} \cos i \quad (9)$$

Cet angle peut s'exprimer à l'aide de relations de trigonométrie sphérique en fonction de la position géographique (latitude et longitude), de la position du soleil dans le ciel (azimut, angle zénithal et angle horaire) et de la position de la surface [3].

3.1.2. Flux solaire diffusé par l'atmosphère F_{da}

En traversant l'atmosphère, le flux solaire est réfléchi par les particules solides, liquides ou gazeuses qu'il rencontre. Une partie est réfléchi hors de l'atmosphère, l'autre atteint la surface terrestre : c'est le flux diffusé par l'atmosphère.

Les méthodes fréquemment rencontrées se scindent en deux catégories : isotropes et anisotropes. Nous écartons les méthodes isotropes, mieux adaptées à une évaluation journalière qu'horaire du flux diffusé. Sachant que la détermination du flux diffusé est de première importance, nous avons retenu la méthode la plus précise actuellement, bien que plus coûteuse en temps de calcul. Il s'agit de la méthode de Perez [22], recommandée par l'IEA (International Energy Agency). Pour tenir compte des deux effets principaux d'anisotropie dans l'atmosphère (diffusion par les aérosols, diffusion de Rayleigh et rétrodiffusion près de l'horizon), à la voûte céleste à caractère isotrope sont superposés les effets de la zone circumsolaire, de l'horizon et du zénith. Cette méthode a été validée et comparée à d'autres modèles, pour tout type de climat [23], et a donné des résultats très satisfaisants.

3.1.3. Flux solaire diffusé par l'environnement F_{de}

Le flux diffusé par l'environnement provient de la réflexion du rayonnement solaire global (direct + diffusé par l'atmosphère) sur les surfaces constitutives de la ville (sols, toits, murs). Nous avons vu en introduction qu'il était une des causes de la formation de l'îlot de chaleur au-dessus des villes. En nous limitant à une seule réflexion isotrope (hypothèse vraisemblable pour des surfaces rugueuses), le flux solaire diffusé par l'environnement s'écrit, pour une surface S_i :

$$F_{de_i} = \sum_{S_j \neq S_i} (F_{da_j} + F_{D_j}) f_{ji} (1 - \varepsilon_j) \quad (10)$$

3.1.4. Adaptation aux espaces urbains

Les méthodes précédemment exposées ont été mises au point pour des surfaces dégagées de tout obstacle, et nécessitent donc une adaptation au cas de surfaces issues d'une rue, d'un toit ou d'un bâtiment. La première modification réside en fait dans la détermination d'un facteur multiplicatif du flux direct, que nous appelons facteur d'ombre f_o . Si la surface est à l'ombre, il prend la valeur 1 ; sinon, la valeur 0. Nous le déterminons pour une surface S_i , donnée en fonction de la position du soleil dans le ciel (repéré par son azimut et sa hauteur zénithale) et de la position des bâtiments autour de S_i . La *figure 4* représente les ombres projetées sur le sol par des bâtiments de la place Gambetta à Bordeaux (Gironde).

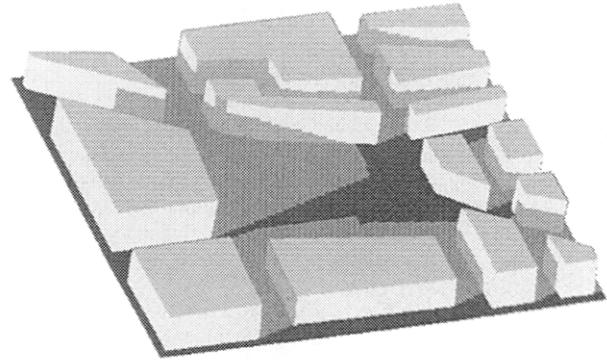


Figure 4. Ombres projetées par les bâtiments de la place Gambetta à Bordeaux.

Figure 4. Shadows on the street, Gambetta square, Bordeaux.

La seconde adaptation concerne la méthode Perez. En effet, selon l'endroit où l'on se trouve dans la ville, l'horizon ne sera pas visible (par exemple depuis une rue bordée de bâtiments), la zone circumsolaire non plus et le ciel ne le sera que partiellement. Il faut donc faire intervenir le facteur d'ombre, mais aussi le facteur de forme entre le ciel et S_i , dont la détermination sera explicitée dans le chapitre suivant.

3.2. Flux de grande longueur d'onde (FGLO)

Pour une surface S_i , le bilan radiatif de grande longueur d'onde *FGLO* se décompose en la somme d'un flux sortant et de deux flux entrant, l'un provenant de l'atmosphère et l'autre des surfaces environnantes non masquées. Si nous assimilons les surfaces rencontrées S_i à des corps gris d'émissivité ε_i , il s'écrit :

$$FGLO = -\varepsilon_i \sigma T_i^4 + \underbrace{\varepsilon_{ciel} f_{ciel-i}}_{FIA} \sigma T_{ciel}^4 + \sum_{j \neq i} f_{ji} \varepsilon_j \sigma T_j^4 \quad (11)$$

Ce bilan nécessite la détermination de certaines quantités obtenues par les méthodes présentées ci-après.

3.2.1. Détermination du flux incident atmosphérique *FIA*

Jiménez [24] a rappelé l'importance de ce flux sans lequel la température à la surface de la Terre serait inférieure de 30 à 40 degrés à sa température actuelle. Devant la difficulté de déterminer une émissivité et une température du ciel, d'autres paramètres doivent permettre de modéliser ce flux. On trouve généralement la température sous abri, la pression de vapeur saturante et la température du point de rosée. Il a comparé différents modèles empiriques et analytiques à une série de mesures effectuées à Barcelone par temps clair et pour une grande gamme de température et

d'humidité. Les résultats des différents modèles sont proches des mesures et comparables entre eux, pour des températures supérieures à 0 °C. Ils sont par contre inadaptés aux températures négatives. La multiplication des paramètres cités ci-dessus ne semble pas, pour le cas de Barcelone, produire d'amélioration particulière. Nous avons retenu le modèle de Idso et Jackson [25], dans lequel le flux incident atmosphérique FIA_0 par temps clair s'exprime en fonction de la température de surface mesurée sous abri par la relation :

$$FIA_0 = \sigma T_a^4 (1 - c e^{-d(273-T_a)^2}) \quad (12)$$

avec $c = 7,77 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-2}$ et $d = 0,261$.

Par temps couvert, le calcul du flux incident atmosphérique se fait par la prise en compte des différentes couches de nuages. Le modèle de Boltz [26] s'écrit suivant la relation suivante :

$$FIA = FIA_o \left[1 + \left(\sum k_i A_i \right) A \right] \quad (13)$$

où A est la couverture nuageuse totale, A_i la couverture de la i^e couche et k_i une constante empirique, fonction de la nature de la couche.

3.2.2. Détermination des facteurs de formes

La difficulté principale dans l'évaluation de l'équation (11) réside dans la détermination des facteurs de forme f_{ji} . Groleau et Marenne [27] ont développé une méthode simple, précise et efficace en terme de temps de calcul. C'est une méthode géométrique, qui donne des résultats exacts pour le calcul du facteur de forme entre une surface élémentaire dS_i et une surface S_j polygonale. Elle est basée sur l'analogie de Nusselt qui montre l'équivalence entre le facteur de forme et une surface issue d'une double projection de S_j (figure 5). Considérons la formule du calcul du facteur de forme :

$$f_{dS_i-S_j} = \frac{1}{\pi} \int_{S_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{r^2} dS_j \quad (14)$$

Dans l'expression (14), $\frac{\cos \theta_j}{r^2} dS_j$ est la surface élémentaire dS'_j , projection de dS_j sur une sphère de rayon unité centrée en dS_i . L'équation (14) se réécrit donc de la façon suivante :

$$f_{dS_i-S_j} = \frac{1}{\pi} \int_{S'_j} \cos \theta_i dS'_j \quad (15)$$

dans laquelle $\cos \theta_i dS'_j$ est la surface élémentaire dS''_j , projection orthogonale de dS'_j sur le plan de base de la sphère. L'équation (14) se réécrit donc :

$$F_{dS_i-S_j} = \frac{1}{\pi} \int_{S''_j} dS''_j = \frac{1}{\pi} S''_j \quad (16)$$

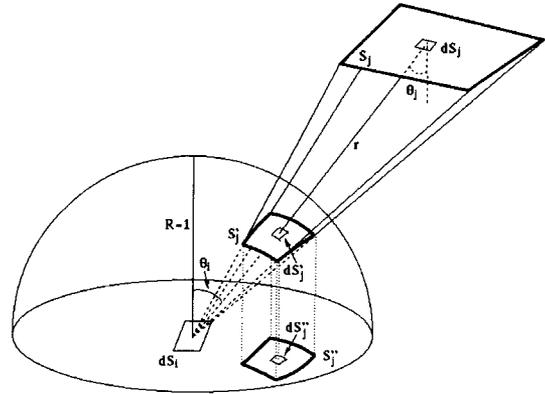


Figure 5. Projections dans l'analogie de Nusselt.
Figure 5. Projections in the Nusselt analogy.

où S''_j est donc la double projection de S_j . Elle se compose de segments elliptiques (double projection des segments de droite), dont il suffit d'intégrer la fonction. La programmation informatique est relativement aisée.

Pour le calcul de facteur de forme entre 2 surfaces S_i et S_j , positionnées de façon quelconque l'une par rapport à l'autre, une discrétisation de S_i s'impose. Notons que cette méthode possède donc l'avantage de ne procéder qu'à une simple discrétisation, contrairement à des méthodes beaucoup plus répandues (hémicube, méthode de Spencer...), ce qui se traduit par un gain au niveau du temps de calcul et de la précision. Nous avons pu vérifier le bon comportement de cette méthode sur des cas pour lesquels la solution analytique est disponible [28, 29], avec des précisions relatives de l'ordre de l'erreur machine pour le calcul des facteurs de forme entre surfaces élémentaires et surfaces finies. La figure 6 représente la précision relative en fonction de la racine carrée du nombre de points de calcul,

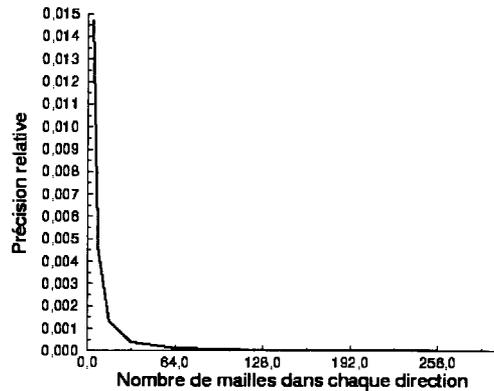


Figure 6. Précision relative du calcul du facteur de forme entre deux carrés en fonction du nombre de point de discrétisation dans chaque direction.

Figure 6. Relative precision between two squares as a function of the number of points in each direction.

pour l'évaluation du facteur de forme entre deux carrés de côté unité, ayant une arête commune, et inclinés l'un par rapport à l'autre d'un angle de 45° . On peut noter que très vite une bonne précision est atteinte. La *figure 7* représente, pour un maillage de 16^2 , la précision relative en fonction de la distance qui sépare deux carrés parallèles de côté unité. On remarque qu'à maillage égal, plus la distance entre les surfaces est grande, meilleure est la précision de la méthode. Ce dernier point est intéressant et permet de limiter le temps de calcul des facteurs de forme.

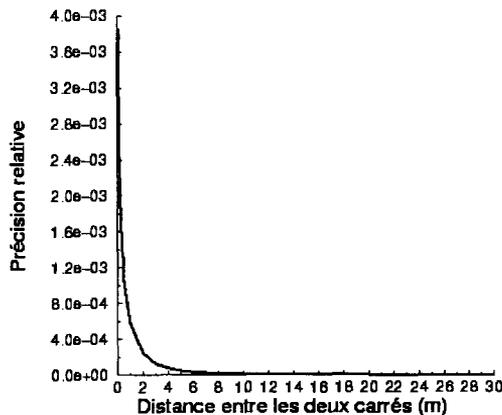


Figure 7. Précision relative du calcul du facteur de forme (à maillage constant) entre deux carrés parallèles de côté unité en fonction de la distance les séparant.

Figure 7. Relative precision for view factor calculation between two parallel squares as a function of the distance between them.

Le caractère polygonal des surfaces est ici un impératif, puisque la méthode repose sur la projection de segments de droite. Pour des surfaces courbes, une discrétisation en polygones de ces dernières est nécessaire. Néanmoins, il est à noter que, pour les structures urbaines que nous rencontrons, cette restriction est en général sans effet.

3.2.3. Détermination des masques

Si l'on isole deux surfaces solides dans un quartier, elles peuvent être visibles ou invisibles l'une de l'autre, en raison de la présence de bâtiments les masquant. Donc, préalablement au calcul des facteurs de forme, une estimation des masques doit être effectuée. Partant des volumes de contrôle issus de la discrétisation du domaine, nous les projetons sur les surfaces physiques (mur, rue ou toit). Deux surfaces sont alors masquées si le segment joignant les centres des surfaces est intercepté par un bâtiment. Nous illustrons le calcul des masques par les *figures 8* et *9*, qui représentent les parties des bâtiments et des rues visibles depuis une surface d'évaluation *S*.

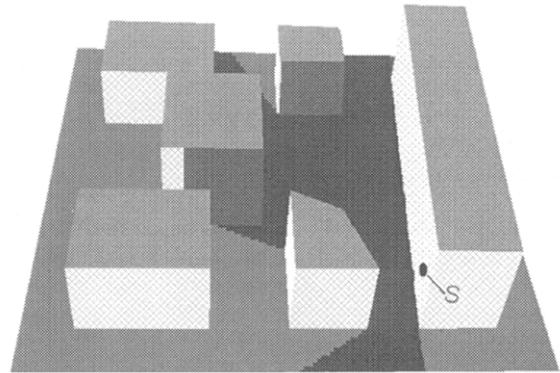


Figure 8. Évaluation des surface visibles depuis une surface *S* du bâtiment de droite.

Figure 8. Evaluation of the visible surfaces from a surface *S* of the right building.

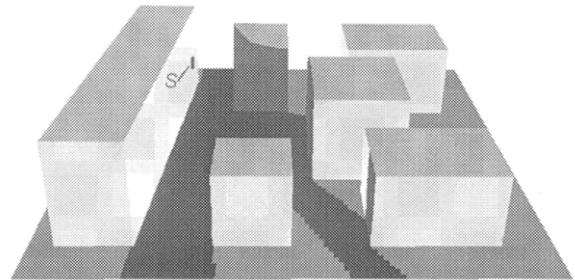


Figure 9. Évaluation des surfaces visibles depuis une surface *S* du bâtiment de gauche.

Figure 9. Evaluation of the visible surfaces from a surface *S* of the left building.

4. PERSPECTIVES

Nous avons exposé des méthodes relatives à la dynamique et à la thermique des écoulements dans des espaces urbains. Elles sont caractérisées par une certaine originalité, une grande solidité et précision. Certaines sont soit déjà opérationnelles (code de calcul *Aquilon*, calcul des facteurs de forme), soit en cours de validation (modèle v^2-f , rayonnement). Nous réalisons des simulations 2D et 3D sur des structures fréquemment rencontrées dans les villes (autour de bâtiments, de séries de bâtiments, places...). Des comparaisons avec des mesures expérimentales et d'autres modèles numériques rencontrés dans la littérature sont également menées et feront l'objet de publications ultérieures.

Remerciements

Les auteurs remercient les sociétés Newbridge et Hewlett-Packard pour leurs partenariats financiers, qui nous ont apporté, outre des moyens de calcul numérique, la possibilité d'utiliser un réseau haut débit ATM.

RÉFÉRENCES

- [1] Zhang C.X., Simulation numérique d'écoulements turbulents autour d'obstacles, thèse, université et École centrale de Nantes, 1991.
- [2] Dargent C., Contribution à la modélisation de la dispersion de polluants. Étude de sillages autour d'obstacles de forme parallélépipédique, thèse, INP de Toulouse, 1996.
- [3] Oke T.R., *Boundary Layer Climates*, Methuen and Co. Ltd., London, 2nd Ed., 1987.
- [4] Levi-Alvares S., Simulation numérique des écoulements urbains à l'échelle d'une rue à l'aide du modèle $k-\epsilon$, thèse, université et École centrale de Nantes, 1991.
- [5] Boyer H., Conception thermo-aéraulique de bâtiments multizones. Proposition d'un outil à choix multiple des modèles, thèse, Insa de Lyon, 1993.
- [6] Pignolet-Tardent F., Milieu thermique et conception urbaine en climat tropical humide. Modélisation thermo-aéraulique globale, thèse, Insa de Lyon, 1996.
- [7] Durbin P., Near-wall turbulence closure modeling without 'damping function', *Theor. Comput. Fluid Dynam.* 3 (1991) 1-13.
- [8] Durbin P., Separated flow computations with the $k-\epsilon-v^2$ model, *AIAA J.* 33 (4) (1995) 659-664.
- [9] Behnia M. et al., Simulation of jet impingement heat transfer with the $k-\epsilon-v^2$ model, Center for Turbulence Research, Stanford University, Annual Research Briefs, 1996.
- [10] Kim J.J., Investigation of separation and reattachment of a turbulent shear layer: flow over a backward facing step, thèse, Stanford University, 1978.
- [11] Parneix S., Simulation des écoulements turbulents et des transferts thermiques en vue de l'optimisation du refroidissement des pales de turbine, thèse, université Bordeaux-I, 1995.
- [12] Cautenet G., Estimation de l'onde de température de surface à partir du flux de conduction thermique dans le sol, *Atmos. Res.* 21 (1987) 7-12.
- [13] Fortin M., Glowinski R., Méthodes de lagrangien augmenté. Applications à la résolution de problèmes aux limites, Collection «Méthodes Mathématiques de l'Informatique», Dunod, 1982.
- [14] Van der Worst H.A., A fast and smoothly converging variant of bi-cg for the solution of non symmetric linear system, *SIAM, J. Sci. Statist. Comput.* 13 (1992) 631-644.
- [15] Lebru A., Estimation des irradiations solaires horaires dans un plan quelconque à partir de la donnée de l'irradiation horaire globale (et éventuellement diffuse) horizontale, *Cahiers du CSTB*, n° 239, cahier 1847 (1983) 39 p.
- [16] Erbs D.G. et al., Estimation of the diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly average global radiation, *Sol. Energy* 28 (1981).
- [17] Orgill J.F., Hollands K.G.T., Correlation equation for hourly diffuse radiation on a horizontal surface, *Sol. Energy* 19 (1976).
- [18] Perez R., Seals R., Zelenka A., Ineichen P., Climatic evaluation of models that predict hourly direct irradiance from hourly global irradiance: prospects for performance improvements, *Sol. Energy* 44 (2) (1990) 99-108.
- [19] Skartveit A., Olseth J.A., A model for the diffuse fraction of hourly global radiation, *Sol. Energy* 38 (1987) 271-274.
- [20] Maxwell E.L., A quasi physical model for converting hourly global horizontal to direct normal insolation. Report SERI/TR-215-3087, Solar Energy Research Institute, Golden, CO (1987).
- [21] Perez R. et al., Dynamic global-to-direct irradiance conversion models, *ASHRAE Trans.* 98 (1992) 354-369.
- [22] Perez R. et al., A new simplified version of the Perez diffuse irradiance model for tilted surfaces, *Sol. Energy* 39 (3) (1987) 221-231.
- [23] Perez R. et al., Modeling daylight availability and irradiance components from direct and global irradiance, *Sol. Energy* 44 (5) (1990) 271-289.
- [24] Jiménez J.I., Alados-Arboledas L., Castro-Diéz Y., Ballester G., On the estimation of long-wave radiation flux from clear skies, *Theor. Appl. Climatol.* 38 (1987) 37-42.
- [25] Idso S.B., Jackson R.D., Thermal radiation from the atmosphere, *J. Geophys. Res.* 74 (1969) 3397-3403.
- [26] Monteith J.L., *Principles of Environmental Physics*, Edward Arnold, London, 1973.
- [27] Groleau D., Marenne C., Évaluation géométrique des facteurs de forme dans une scène avec prise en compte des masques et de l'ensoleillement, SFT, journée d'étude du 25 mars 1992.
- [28] Siegel R., Howell J.R., *Thermal radiation heat transfer*, Mc Graw, Hill Book Company, 1984.
- [29] Kreith F., *Radiation heat transfer for spacecraft and solar power plant design*, International text book company, Scranton, Pennsylvania, 1962.

Abridged English Version

Flow modeling in an urban environment

The atmospheric flow modeling in urban spaces is part of a vast project of the modeling of the dispersion of pollutants in cities, initiated by the society *GERTRUDE* and the *MASTER* laboratory. In this article, we present methods to solve fluid mechanical problems, that is to say the dynamical/thermal coupling.

From a dynamical point of view, flows in the lower part of the atmosphere are turbulent; by reason of the heterogeneity of the city topography, their structures are especially complex. If one looks to model pollutants transport and transformation, a good knowledge of the velocity field is necessary. To this effect, the model of

turbulence v^2-f [7, 8, 9] presented in § 2.1. has been chosen. It represents an evolution of the $k-\varepsilon$ model in which the eddy viscosity is expressed as a function of the variable v^2 that can be considered as the velocity fluctuation normal to the streamlines. With this model, the suppression of the eddy viscosity near the wall is correctly taken into account. Equations (1) to (7) describe the model. *Figure 3* shows its good behavior by comparison with the classical $k-\varepsilon$ and *RNG* models.

Numerical methods of the code *Aquilon* are described in § 2.2. It is important to notice that they have been chosen for their stability and solidity: implicit time discretisation with the augmented Lagrangian method [13] for the velocity–pressure coupling. Systems are solved with the *BI-CGSTAB* method.

The third part of the article deals with the determination of radiative transfers which can be divided in two parts: a solar short wave flux and a long wave flux of exchange between surfaces of buildings and streets. The first one is often decomposed in the sum of a direct solar flux and an anisotropic diffuse flux. The direct flux on an horizontal plane is calculated with the Maxwell model [20] modified by Perez [21]. It is based on an empirical correlation between the direct solar beam and the ratio of global to extraterrestrial radiation on an horizontal plane. It also takes into account the changing solar condition and the dew point. The last two points make that this model gives better results than more classical ones such as the Erbs et al. [16] or the Orgill and Hollands [17] models. The extension to tilted surfaces is done thanks to spherical trigonometry relations which are functions of latitude, longitude, solar azimuth and zenith angle, hour angle and surface slope [3]. To calculate the solar flux diffused by the atmosphere, we have selected the Perez anisotropic method [22] which seems to be the best one at present time. The sky dome is considered as an isotropic background upon which are superimposed a circumsolar and horizontal/zenithal effects. The direct and diffused solar beam are reflected by buildings and streets. This is one of the causes of the

heat island above cities. We consider a single isotropic reflection which is described by equation (10).

These methods need some adaptations to urban spaces. The main one consists in the calculation of a shadow coefficient: for a given surface, it is a function of the position of the sun and the buildings around. *Figure 4* represents shadows on the Gambetta square (Bordeaux, France).

For a given surface, the long wave radiative balance is represented by equation (11). The long wave radiation flux from clear skies FIA_0 is usually determined by the screen level temperature, the water vapor pressure or the dew point. The Idso and Jackson model [25], which is only a function of the screen level temperature, seems to be sufficient. For cloudy skies, the different existing cloud layer are taken into account by relation (13).

Calculations of view factor in equation (14) are performed by the Groleau and Marenne geometric method [27]. It is based on the Nusselt analogy and gives analytical results for the view factor between an elementary surface and a finite surface. Concerning the view factor between two finite surfaces, a discretisation of one of the surface is needed. *Figure 6* shows the relative precision function of the square root number of the mesh size of a view factor between 2 squares with a common edge tilted by 45° . If one isolates two solid surfaces, they can be complete, partial, or no visibility between them, because of the presence of buildings concealing them. *Figures 8* and *9* represent an example of mask calculations from an evaluation surface.

We have described the general methods that allow a 2D or 3D atmospheric flow modeling in urban spaces. Some are already operational (code *AQUILON*), others under validation (v^2-f model and radiative methods). We achieve simulations on structures frequently met in cities (around buildings, set of buildings...). Comparisons with experiments and other numerical methods are also made, which will become the object of further publications.

